PART4　仮説検定

例題

ある硬貨を 400 回投げたところ，表が 217 回出た。有意水準を 5% として，次のことがいえると判断してよいかをそれぞれ検定せよ。

(1)　この硬貨は表が出やすい。

(2)　この硬貨は表と裏の出方に偏りがある。

Point Pickup

練習

ある1つのさいころを180回投げたところ，1の目が39回出た。有意水準を5%として，次のことがいえると判断できるかをそれぞれ検定せよ。

(1)　このさいころの1の目が出る確率は $\frac{1}{6}$ ではない。

(2)　このさいころは1の目が出やすい。

第 8 講　PART4 確認問題

ある１つのさいころを 720 回投げたところ，6 の目が 102 回出た。有意水準を 5%として，次のことがいえると判断できるかをそれぞれ検定せよ。

ただし，正規分布表において，次の値を利用してもよい。

$P(0 \leqq Z \leqq 1.64) \fallingdotseq 0.45$

$P(-1.96 \leqq Z \leqq 1.96) \fallingdotseq 0.95$

1　このさいころの 6 の目が出る確率は $\dfrac{1}{6}$ ではない。

ア

次の①，②のうち適するものを選べ。

①　判断できる　　　　②　判断できない

2　このさいころは 6 の目が出にくい。

イ

次の①，②のうち適するものを選べ。

①　判断できる　　　　②　判断できない

PART4　仮説検定

例題

ある硬貨を 400 回投げたところ，表が 217 回出た。有意水準を 5% として，次のことがいえると判断してよいかをそれぞれ検定せよ。

(1)　この硬貨は表が出やすい。

(2)　この硬貨は表と裏の出方に偏りがある。

(1)　対立仮説 H_1 は「この硬貨は表が出やすい」

帰無仮説 H_0 は「この硬貨は表と裏の出方に偏りがない」

H_0 が正しいとするとき，この硬貨を投げて表が出る回数を X とすると，X は二項分布 $B\left(400,\ \frac{1}{2}\right)$ に従う。X の期待値 m と標準偏差 σ は

$$m=400\cdot\frac{1}{2}=200,\quad \sigma=\sqrt{400\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}}=10$$

$n=400$ は十分に大きいから，X は正規分布 $N(200,\ 10^2)$ に従うとみなしてよい。

ここで，$Z=\frac{X-200}{10}$ とおくと，Z は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

正規分布表より $P(0\leqq Z\leqq 1.64)\fallingdotseq 0.45$ であるから，有意水準 5% の棄却域は

$$Z\geqq 1.64$$

$X=217$ のとき，$Z=1.7$ であるから，この値は棄却域に入る。

よって，帰無仮説 H_0 は棄却できる。

したがって，この硬貨は表が出やすいと判断できる。

(2)　対立仮説 H_1 は「この硬貨は表と裏の出方に偏りがある」

帰無仮説 H_0 は「この硬貨は表と裏の出方に偏りがない」

H_0 が正しいとするとき，この硬貨を投げて表が出る回数を X とし，$Z=\frac{X-200}{10}$ とおくと

(1)より，Z は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

正規分布表より $P(-1.96\leqq Z\leqq 1.96)\fallingdotseq 0.95$ であるから，有意水準 5% の棄却域は

$$Z\leqq -1.96,\quad 1.96\leqq Z$$

$X=217$ のとき，$Z=1.7$ であるから，この値は棄却域に入らない。

よって，帰無仮説 H_0 は棄却できない。

したがって，この硬貨は表と裏の出方に偏りがあるとは判断できない。

練習

ある１つのさいころを 180 回投げたところ，１の目が 39 回出た。有意水準を 5% として，次のことがいえると判断できるかをそれぞれ検定せよ。

(1)　このさいころの１の目が出る確率は $\dfrac{1}{6}$ ではない。

(2)　このさいころは１の目が出やすい。

(1)　対立仮説 H_1 は「このさいころの１の目が出る確率は $\dfrac{1}{6}$ ではない」

帰無仮説 H_0 は「このさいころの１の目が出る確率は $\dfrac{1}{6}$ である」

H_0 が正しいとするとき，このさいころを投げて１の目が出る回数を X とすると，X は

二項分布 $B\left(180,\ \dfrac{1}{6}\right)$ に従う。X の期待値 m と標準偏差 σ は

$$m=180\cdot\frac{1}{6}=30,\ \sigma=\sqrt{180\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}}=5$$

$n=180$ は十分に大きいから，X は正規分布 $N(30,\ 5^2)$ に従うとみなしてよい。

ここで，$Z=\dfrac{X-30}{5}$ とおくと，Z は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

正規分布表より $P(-1.96\leqq Z\leqq 1.96)\fallingdotseq 0.95$ であるから，有意水準 5% の棄却域は

$$Z\leqq -1.96,\ 1.96\leqq Z$$

$X=39$ のとき，$Z=1.8$ であるから，この値は棄却域に入らない。

よって，帰無仮説 H_0 は棄却できない。

したがって，このさいころの１の目が出る確率は $\dfrac{1}{6}$ ではないとは判断できない。

(2)　対立仮説 H_1 は「このさいころは１の目が出やすい」

帰無仮説 H_0 は「このさいころの１の目が出る確率は $\dfrac{1}{6}$ である」

H_0 が正しいとするとき，このさいころを投げて１の目が出る回数を X とし，$Z=\dfrac{X-30}{5}$

とおくと，(1)より Z は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

正規分布表より $P(0 \leqq Z \leqq 1.64) \fallingdotseq 0.45$ であるから，有意水準 5% の棄却域は

$$Z \geqq 1.64$$

$X=39$ のとき，$Z=1.8$ であるから，この値は棄却域に入る。

よって，帰無仮説 H_0 は棄却できる。

したがって，このさいころは 1 の目が出やすいと判断できる。

第 8 講　PART4 確認問題 解答

1

[正解] ア：②

[解説]

対立仮説 H_1 は「このさいころの 6 の目が出る確率は $\dfrac{1}{6}$ ではない。」 **[A]**

帰無仮説 H_0 は「このさいころの 6 の目が出る確率は $\dfrac{1}{6}$ である。」

H_0 が正しいとするとき，このさいころを投げて 6 の目が出る回数を X とすると，X は二項分布 $B\left(720,\ \dfrac{1}{6}\right)$ に従う。

X の期待値 m と標準偏差 σ は

$$m = 720 \cdot \frac{1}{6} = 120,\quad \sigma = \sqrt{720 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}} = 10$$

$n = 720$ は十分に大きいから，X は正規分布 $N(120,\ 10^2)$ に従うとみなしてよい。

ここで $Z = \dfrac{X-120}{10}$ とおくと，Z は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

$P(-1.96 \leqq Z \leqq 1.96) \fallingdotseq 0.95$ であるから，有意水準 5%の棄却域は

$$Z \leqq -1.96,\quad 1.96 \leqq Z$$ **[B]**

$X = 102$ のとき，$Z = -1.8$ であるから，この値は棄却域に入らない。

よって，帰無仮説 H_0 は棄却できない。

したがって，**このさいころの 6 の目が出る確率は $\dfrac{1}{6}$ ではないとは判断できない。**

[A]　仮説検定

仮説検定の主な流れは以下

① 主張したい仮説 H_1（対立仮説）に反する仮説 H_0（帰無仮説）を立てる。

② 有意水準に従い，H_0 のもとで棄却域を求める。

③ H_0 のもとで，標本調査の結果またはそれ以上に極端な結果が得られる確率を求める。

④ ③の結果が

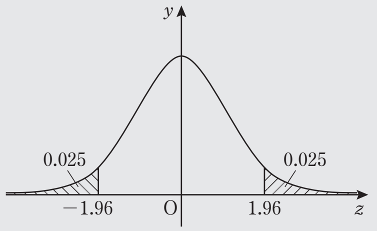
棄却域に入る場合

→ H_0 を棄却できる。
よって，H_1 が正しいと判断できる。

棄却域に入らない場合

→ H_0 を棄却できない。
よって，H_1 が正しいとは判断できない。

[B]



2 [正解] イ：①

[解説]

対立仮説 H_1 は

「このさいころは６の目が出にくい。」[C]

帰無仮説 H_0 は

「このさいころの６の目が出る確率は $\frac{1}{6}$ である。」

H_0 が正しいとするとき，このさいころを投げて６の目が出る回数を X とすると，X は二項分布 $B\left(720,\ \frac{1}{6}\right)$ に従う。

X の期待値 m と標準偏差 σ は

$$m=720\cdot\frac{1}{6}=120$$

$$\sigma=\sqrt{720\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}}=10$$

$n=720$ は十分に大きいから，X は正規分布 $N(120,\ 10^2)$ に従うとみなしてよい。

ここで $Z=\frac{X-120}{10}$ とおくと，Z は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

$P(-1.64\leqq Z\leqq 0)=P(0\leqq Z\leqq 1.64)\fallingdotseq 0.45$ であるから，有意水準５%の棄却域は

$$Z\leqq -1.64$$ [D]

$X=102$ のとき，$Z=-1.8$ であるから，この値は棄却域に入る。

よって，帰無仮説 H_0 は棄却できる。

したがって，**このさいころは６の目が出にくいと判断できる。**

[C]　仮説検定

仮説検定の主な流れは以下

① 主張したい仮説 H_1（対立仮説）に反する仮説 H_0（帰無仮説）を立てる。

② 有意水準に従い，H_0 のもとで棄却域を求める。

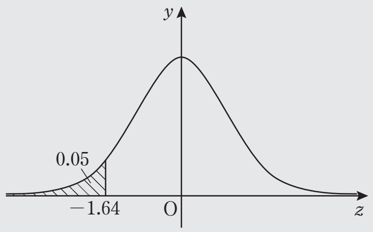
③ H_0 のもとで，標本調査の結果またはそれ以上に極端な結果が得られる確率を求める。

④ ③の結果が

棄却域に入る場合

→ H_0 を棄却できる。
　よって，H_1 が正しいと判断できる。

棄却域に入らない場合

→ H_0 を棄却できない。
　よって，H_1 が正しいとは判断できない。

[D]